

Vaja 5 – Difuzijska enačba

Rešiti je treba difuzijsko diferencialno enačbe z uporabo metode končnih razlik. Upoštevajte, da je računsko domeno enotski kvadrat, diskretiziran z $N \times N$ točkami (i,j) , $i=1 \dots N$ in $j=1 \dots N$. Računanje poteka v časovnih korakih. V časovnem koraku $k+1$ se v vsaki točki (i,j) izračuna nova vrednost spremenljivke

$$X_{i,j}^{k+1}$$

z naslednjim izrazom:

$$X_{i,j}^{k+1} = X_{i,j}^k + 2 * (L_{i,j} * Dt_{i,j}) / (r_{i,j} * c_{i,j}) * ((X_{i+1/2,j}^k - 2 * X_{i,j}^k + X_{i-1/2,j}^k) / (1/(N-1))^2 + (X_{i,j+1/2}^k - 2 * X_{i,j}^k + X_{i,j-1/2}^k) / (1/(N-1))^2).$$

$$\text{Pri čemer je: } X_{i+1/2,j} = (L_{i,j} * X_{i,j} + L_{i+1,j} * X_{i+1,j}) / (L_{i,j} + L_{i+1,j})$$

in

$$X_{i-1/2,j} = (L_{i,j} * X_{i,j} + L_{i-1,j} * X_{i-1,j}) / (L_{i,j} + L_{i-1,j})$$

in enako za $X_{i,j+1/2}$ in $X_{i,j-1/2}$.

Vse gornje vrednosti so števila izražena s plavajočo vejico (FP). Začetna vrednost vseh točk je 1. Vrednosti vseh robnih točk pa so vedno na 0. Upoštevajte, da imajo na začetku vsi procesorji vse potrebne podatke (začetna komunikacija ni potrebna) in da so med računanjem vsi procesorji enakomerno obremenjeni. Upoštevajte, da je treba za celoten izračun izvesti K časovnih korakov.

- a)** Napišite postopek za rešitev problema na enem računalniku brez upoštevanja robnih pogojev. Uporabite simbolično opisno kodo.
- b)** V postopek vgradite robne pogoje.
- c)** Napišite postopek za izvedbo na več računalnikih z uporabo delitve domene v eni dimenziji (1-D).
- d)** Izpeljite teoretske izraze za čase izvajanja enega časovnega koraka na vzporednem računalniku za 1-D delitev domene. P naj bo število procesorjev, t_c naj bo čas za izvedbo ene operacije s FP števili, t_w je čas potreben za prenos enega bita pri čemer je FP je kodiran s 40 biti, t_s pa je čas za vzpostavitev komunikacije.
- e)** Izpeljite teoretske izraze za čase izvajanja enega časovnega koraka na vzporednem računalniku za 2-D delitev domene ob upoštevanju podatkov iz e).
- f)** Opišite pogoje pri katerih je izvajanje z 2-D delitvijo domene hitrejše kot z 1-D delitvijo domene in ocenite računski zahtevnosti koraka 1-D in 2-D delitve domene glede na P in N . Kakšne so limitne vrednosti zahtevnosti, ko gre P proti neskončno?

g) Izračunajte in narišite čase izvajanja enega koraka v odvisnosti od velikosti problema N in števila procesorjev P , za oba načina delitve domene ob upoštevanju naslednjih podatkov: $t_s = 1 \text{ msec}$, $t_w = 1 \text{ usec}$, $t_c = 10 \text{ nsec}$.

h) Napišite program, ki bo izvedel $K=1000$ korakov gornjega algoritma na 1-D domeni (tanki palici) z 10^2 točkami. Formule za računanje izpeljite iz podanih formul za 2-D. Upoštevajte enako začetno stanje in robne pogoje kot pri 2-D primeru. Upoštevajte še, da so vse konstante enake za vse točke, da je $(L_{\{i\}}/r_{\{i\}} * c_{\{i\}}) = 1$ in da je $Dt = (0.1/(N-1))^2$. Narišite rešitev po 1000 korakih. Uporabite Matlab.

Navodila: Nalogo rešujete v paru s študentom, s katerim ste do sedaj delali na vajah. Za programiranje (zaželeno pa tudi za računanje) uporabite Matlab. Delate lahko doma, ali pa v učilnici, kjer so do sedaj potekale vaje (oznaka učilnice na urniku LIPS - preverite, kdaj je prosta). Za delo v učilnici se obrnite na Dano (vildana.sulic@fe.uni-lj.si) iz Laboratorija za strojni vid. Vajo rešite tako, da napišete poročilo, v katerem na kratko, po točkah (a)-h) opišete, kako ste naloge rešili. Poročilu dodajte rešitev v Matlabu (.m datoteka), vse skupaj zapakirajte v ZIP datoteko in pošljite po elektronski pošti asistentu dr. Janezu Peršu (janez.pers@fe.uni-lj.si). Po elektronski pošti boste prejeli potrditev, oceno, ali pa vabilo na zagovor vaje. Upoštevajte, da morate vse obveznosti - torej to vajo in vajo 6, kjer velja podoben režim, opraviti do 11.2.2008, saj je 12.2.2008 prvi rok za izpit iz Vzporednih sistemov!

Za podrobnejša pojasnila se obrnite na janez.pers@fe.uni-lj.si, vendar boste za odgovore morali počakati do 18.1. 2008.

Oprema: Matlab.